

For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

## Fluid Mechanics

Density -

$$\boxed{\text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}}, \quad \boxed{\rho = \frac{m}{V}}; \quad m = \rho \times V \quad V = m/\rho$$

$$\rho = \frac{\text{वस्तु का द्रव्यमान}}{\text{वस्तु का आयतन}}$$

$$\rho_{\text{वस्तु}} \leq \rho_{\text{पदार्थ}}$$

मिश्रण घनत्व -

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{\text{कुल द्रव्यमान}}{\text{कुल आयतन}}$$

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

Case-I दो पदार्थों के समान आयतन मिलाने पर

$$m_1 = \rho_1 V, \quad m_2 = \rho_2 V$$

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{V + V}$$

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

Case-II यदि दो पदार्थों के समान द्रव्यमान मिलाने जायें

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}}$$

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

$$\rho_{\text{water}} = 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ gm/ml} = 1 \text{ gm/cc}$$

$$\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{air}} = 1.29 \text{ kg/m}^3$$

✓ द्रव या गैस की तुलना में हवा का घनत्व  $\approx 0$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

→ घनत्व अदिशा राशि है।

→ ताप बढ़ाने पर तापीय प्रसारके कारण घनत्व घटता है।

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1+\gamma\Delta T)} = \rho_0(1+\gamma\Delta T)^{-1}$$

अति आणव  
∴ द्विपद प्रयोग

$$\rho = \rho_0(1 - \gamma\Delta T)$$

$$\rho = \rho_0 - \rho_0\gamma\Delta T$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = -\gamma\Delta T = \text{किन्नात्मक परिवर्तन}$$

→ जल का घनत्व 0°C से 4°C तक बढ़ता है तथा इसके पश्चात् ताप के साथ घटता है।

$$\rho_{\text{sea water}} > \rho_{\text{water}} > \rho_{\text{ice}}$$

→ ताप बढ़ाने पर आयतन कम होने के कारण घनत्व बढ़ जाता है।

Relative density -

$$RD = \frac{\text{वस्तु या पदार्थ का घनत्व}}{\text{जल का घनत्व } \rho_{\text{water}}}$$

unitless →  $RD = \frac{\rho_0}{\rho_{\text{water}}}$  ; H<sub>2</sub>O के लिए RD = 1.0

Specific weight -

यह एकल आयतन का भार होता है।

$$\text{Spe. wt.} = \frac{\text{भार}}{\text{आयतन}} = \frac{mg}{V} = \rho g$$

$$\text{Spe. wt.} = \rho g$$

Specific gravity -

$$\text{Spe. g} = \frac{\text{वस्तु का विशिष्ट भार}}{\text{जल का विशिष्ट भार}} = \frac{\rho_0 g}{\rho_{\text{water}} g}$$

$$\text{Spe. g} = \frac{\rho_0}{\rho_{\text{water}}} = RD$$

विशिष्ट गुरुत्व = आपेक्षिक घनत्व



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Ex. दो द्रवों के आपेक्षिक घनत्व 3 तथा 5 हैं। यदि इनके समान आयतन मिश्रण का मिश्रण बनाते हैं तो मिश्रण का आपेक्षिक घनत्व होगा?

Soln 
$$\rho_{mix} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{3+5}{2}$$

$$\rho_{mix} = \rho D_{mix} = 4$$

Ex. दो पदार्थों के समान (आयतन) मिश्रण से प्राप्त मिश्रण का विशिष्ट गुरुत्व 2 है। यदि एक द्रव का विशिष्ट गुरुत्व 3 है तो इसी द्रव का 3<sup>er</sup> गुरुत्व होगा।

Soln 
$$\rho_{mix} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad \left[ \rho D, \rho D \text{ हेतु मी} \right]$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{2 \times 3 \times \rho_2}{3 + \rho_2}$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1.5$$

$$\therefore \text{विशिष्ट गुरुत्व}_2 = 1.5$$

Ex. द्रव का आयतन प्रसार गुणांक  $5 \times 10^{-4} / K$  है। यदि इसका ताप  $60^\circ C$  बढ़ा दिया जाये तो घनत्व में भिन्नात्मक परिवर्तन ज्ञात कीं।

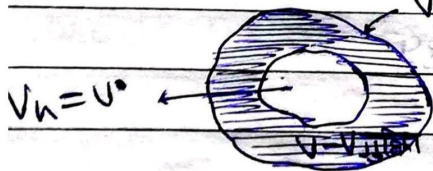
Soln. 
$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = -\rho \alpha \Delta T = \text{भिन्नात्मक परिवर्तन}$$

$$= 5 \times 10^{-4} \times 60$$

$$= 0.03 \quad (\downarrow)$$

Ex. एक वस्तु का घनत्व उसमें संयुक्त पदार्थों के घनत्व का  $1/4$  है तो वस्तु में स्थित गुहिका (रिक्त स्थान) का आयतन ज्ञात कीं।

Soln



$$\rho_{obj} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_k}{\rho} = \frac{\rho_{द्रव} (V - V_{गुहिका}) + \rho_{द्रव} \times V_{गुहिका}}{V}$$

$$\Rightarrow V = 4V - V_{गु.} \times 4$$

$$\Rightarrow V_{गुहिका} = 3V$$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

101

Ex. घनत्व तथा R त्रिज्या के दो वृत्तीय गोले के आर्क (R/2) त्रिज्या का गोला द्वारा लिया जाये तो शेष गोले का घनत्व ज्ञात कीजिए।

Soln

$$\rho_{ob} = \frac{\rho_{mat} \left[ \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi (R/2)^3 \right] + \rho_{air} \left[ \frac{4}{3}\pi (R/2)^3 \right]}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$= \rho_{mat} \left( 1 - \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{7}{8} \rho_{mat}$$

## Pressure -

$$P = \frac{F}{A}$$

A - बल के लंबवत अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल

✓ दाब के कारण आरोपित बल

$$F = P \times A$$

✓ SI मात्रक -  $N/m^2$  या पास्कल (Pa)  $\Rightarrow 1 Pa = 1 N/m^2$

अन्य मात्रक -

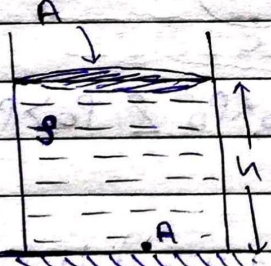
$$1 atm = 1.013 \times 10^5 Pa = 1.013 bar ; 1 bar = 10^5 Pa$$

$$1 atm = 760 mm \text{ of Hg} = 760 torr ; 1 mm \text{ of Hg} = 1 torr$$

1 atm - ग्राह पर पृथ्वी के चारों ओर उपस्थित वायुमण्डल के कारण समुद्र स्तर पर आरोपित दाब। वायुमण्डलीय दाब (वैक्यूम) कहलाता है।

→ वायुमण्डलीय दाब पृथ्वी सतह से ऊंचाई के साथ चारों ओर की लपसे घटता है।  
→ दाब अदिश राशि है।

द्रव स्तम्भ के कारण दाब -



मुक्त पृष्ठ पर गहराई पर बल

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho (A \times h) g}{A}$$

$$P = \rho g h$$

\*  
\*\*

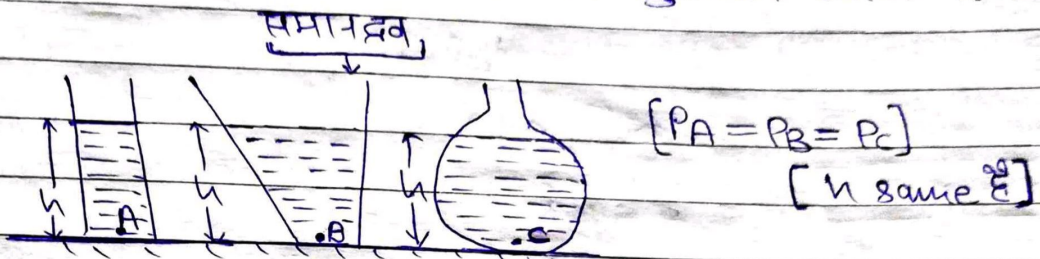
→ अतः घनत्व तथा h ऊंचाई के द्रव स्तम्भ के कारण दाब या मुक्त पृष्ठ पर गहराई पर दाब ( $P = \rho g h$ ) होता है।



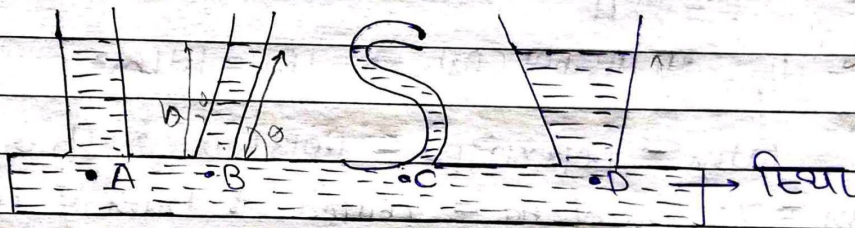
For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

✓ (i) द्रव स्तम्भ के कारण दाब पात्र के आकार, आकृति, पैर के क्षेत्रफल तथा उसमें भरी द्रव की मात्रा पर निर्भर नहीं करता है। यह केवल द्रव स्तम्भ की ऊंचाई, घनत्व तथा प्रभावी गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भर करता है।



✓ (ii) यदि द्रव स्थिर अवस्था में है तो यह केवल तभी संभव होगा जब द्रव में स्थित क्षैतिज रेखा के प्रत्येक बिंदु का दाब समान होता है अन्यथा द्रव हमेशा उच्च दाब से निम्न दाब की ओर प्रवाहित होता है। अतः सभी आकृतियों में द्रव समान ऊंचाई तक जायेगा।

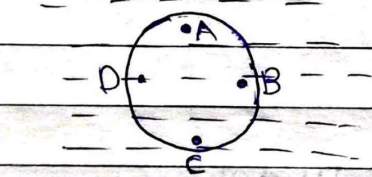


द्रव स्थिर तथा A, B, C, D समान क्षैतिज रेखा पर

✓  $P_A = P_B = P_C = P_D$  [ ∴ सभी आकृतियों में द्रव समान ऊंचाई तक जायेगा ]

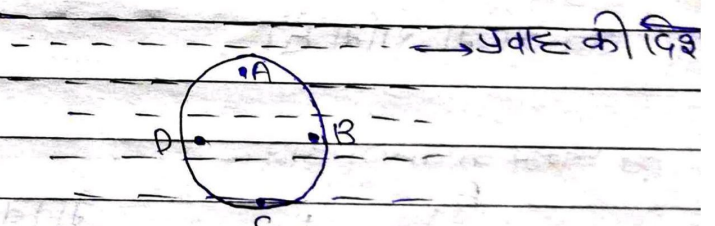
स्थिर द्रव

प्रवाहित द्रव



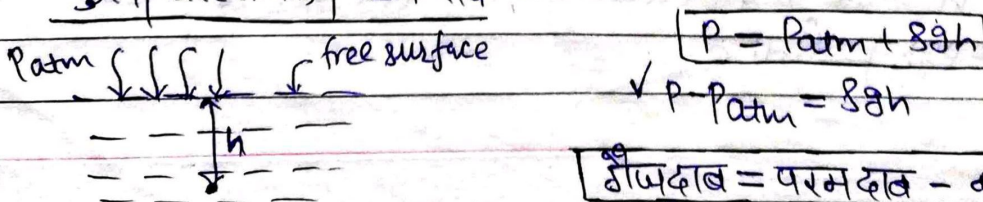
$P_B = P_D$  &  $[P_C > P_A]$

✓  $P_C > P_B = P_D > P_A$



$P_B < P_D$  &  $P_C > P_A$

→ यदि वायुमण्डलीय दाब  $P_{atm}$  +ve है तो द्रव के मुक्त पृष्ठ से h गहराई पर कुल वास्तविक / परम दाब -



शीर्ष दाब = परम दाब - वायुमण्डलीय दाब

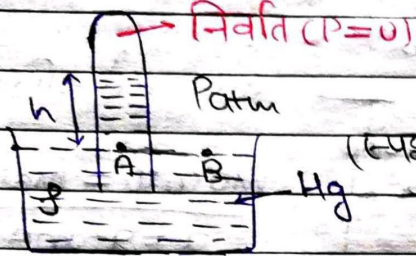


For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

**Barometer -**

इसका उपयोग वायुमण्डलीय दाब के मापन में किया जाता है।



$$P_B = P_{atm}$$

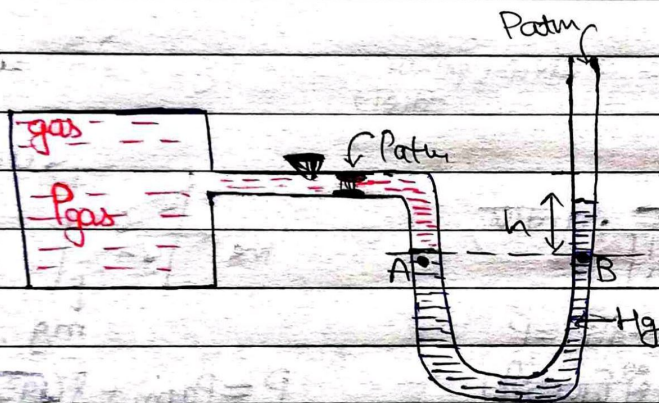
$$P_A = \rho g h$$

A & B समान हीतिज रेखा पा है।  $(P_B = P_A)$

$$P_{atm} = \rho g h$$

**Manometer -**

इसका उपयोग गैस दाब के मापन में किया जाता है।



$$P_A = P_{gas}; P_B = P_{atm} + \rho g h$$

A & B समान हीतिज रेखा पा

$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{gas} = P_{atm} + \rho g h$$

$$\Rightarrow P_{gas} - P_{atm} = \rho g h$$

$$\Rightarrow P_{gauge} = \rho g h$$

यदि निकाय त्वरित गति करता है तो द्रव के अंदर दाब परिवर्तित हो जाता है।  
जब उध्वच्छा त्वरण दिया हो -

Case-I यदि लिफ्ट नियत वेग से गतिशील हो

(i)

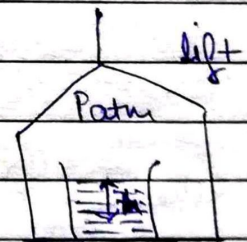
$$P = P_{atm} + \rho g h$$

(ii) यदि लिफ्ट  $a$  त्वरण से ऊपर की ओर गतिशील हो

$$P = P_{atm} + \rho (g+a) h$$

(iii) यदि लिफ्ट  $a$  त्वरण से नीचे की ओर गतिशील हो

$$P = P_{atm} + \rho (g-a) h$$



*(Faint handwritten notes and equations at the bottom of the page)*



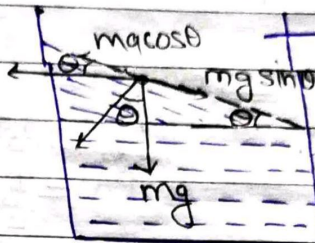
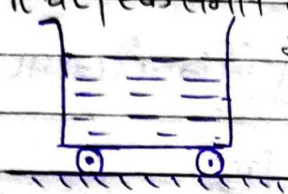
For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Case-2 यदि शैतिज त्वाण किया हो -

द्रव के मुक्त सृष्टक पर स्थित कण गति नहीं करे  
यदि इन पर सृष्टक के अनुदिश परिणामी बल शून्य हो।

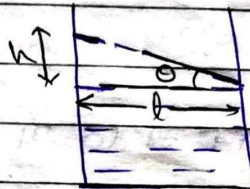
✓ स्थिर / एक समान वेग से गतिशील



त्वाण v से गतिशील

$$macos\theta = mg\sin\theta$$

$$a = g\tan\theta$$



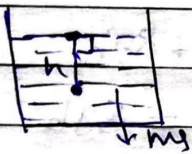
$$\tan\theta = \frac{h}{l} = \frac{a}{g}$$

16/01/14

केवल g कार्यरत हो

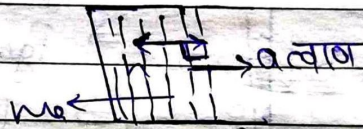
केवल a कार्यरत (शैतिज त्वाण)

g व a दोनों कार्यरत ह



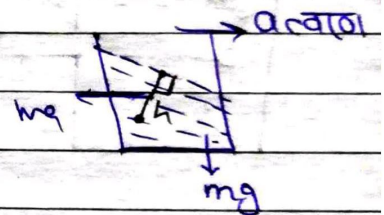
$$P = P_{atm} + \rho gh$$

(h - ठीक स्थिति में)



$$P_{atm} + \rho gh = P$$

(h - शैतिज स्थिति में)



$$P = P_{atm} + \rho(g \pm a)h$$

Ex. यदि वायुमण्डलीय दाब 30 atm है तो समुद्र स्तर से 20m गहराई पर पानी का दाब कितना होगा?

Soln

$$P_A = P_{atm} + \rho gh$$

$$= 1 + 10^3 \times 10 \times 20$$

$$= 30 \text{ atm}$$

$$P_B = P_{atm}$$

$$= \rho gh$$

$$= 10^3 \times 2 \times 100$$

$$= 2 \times 10^5 \text{ Pascal}$$

$$= 2 \text{ atm}$$

Ex. यदि समुद्र की आधी गहराई पर दाब उसके तल (पैर) के दाब का ही तिहाई है तो वायुमण्डलीय दाब  $P_{atm}$  है तो समुद्र की गहराई?

Soln

$$P_{h/2} = P_B$$

$$\Rightarrow P_{atm} + \rho g \frac{h}{2} = \frac{2}{3} (\rho gh + P_{atm})$$

$$\Rightarrow P_{atm} + \frac{\rho gh}{2} = \frac{2}{3} \rho gh + \frac{2}{3} P_{atm}$$

$$P_{atm} = \frac{1}{3} \rho gh \Rightarrow h = \frac{3 P_{atm}}{\rho g}$$

20/1/14



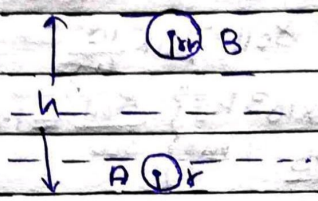
For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

**SR** समुद्र के पेंदे (ताप) से द्रवा का बुलबुला उठना प्रारंभ करता है। जब यह मुक्त  
**Ex.** पृष्ठ (समुद्र तल) से इसकी त्रिज्या प्रारंभ की  $n$  गुना हो जाती है। यदि  
 यह समतापीय प्रक्रम ही तो समुद्र की गहराई ज्ञात करें।

**Soln**

$P_{atm} = 1$



$$P_A = P_{atm} + \rho gh, \quad V_A = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$P_B = P_{atm}, \quad V_B = \frac{4}{3}\pi (nr)^3$$

समतापीय प्रक्रम

$$P_A V_A = P_B V_B$$

$$\Rightarrow (P_{atm} + \rho gh) \frac{4}{3}\pi r^3 = P_{atm} \times \frac{4}{3}\pi n^3 r^3$$

$$\Rightarrow (P_{atm} = 1)$$

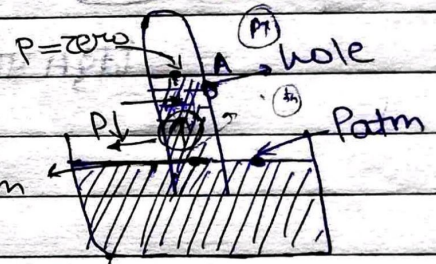
$$\Rightarrow \rho gh = (n^3 - 1) P_{atm}$$

$$\Rightarrow h = \frac{(n^3 - 1) \times 10^5}{10^3 \times 10}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = (n^3 - 1) \times 10}$$

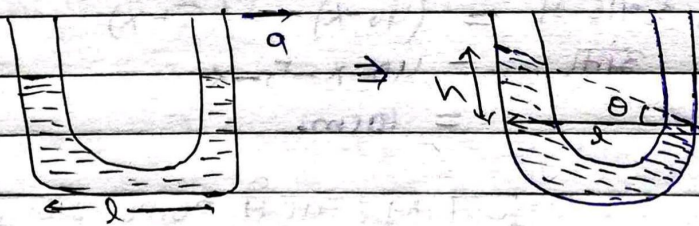
**Ex.** चित्रानुसार बबलजलन में लगी नली में बिंदु A पर छेद का दिया जाये तो क्या  
 इससे द्रव बाहर भायेगा?

**Soln** नहीं क्योंकि बाहर दाब, अंदर + पद दाब की तुलना  
 में कम है।



**Ex.** चित्रानुसार U आकार की नली में द्रव भरा है। यदि इसे त्वरण  $a$  से क्षैतिज में गति  
 कराया जाये तो नली की भुजाओं में द्रव स्तम्भ की ऊंचाइयों का अंतरा ज्ञात  
 करें।

**Soln**



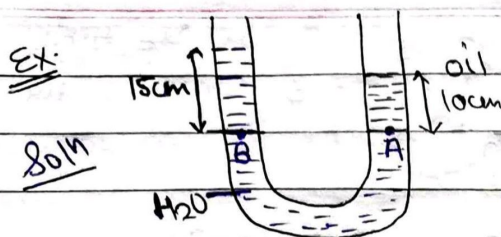
$$\tan \theta = \frac{b}{r} = \frac{a}{g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{a}{g}$$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)



चित्रानुसार जल तथा तेल संतुलन की स्थिति में है।  
 ती तेल का सापेक्ष घनत्व ज्ञात कीजिए।

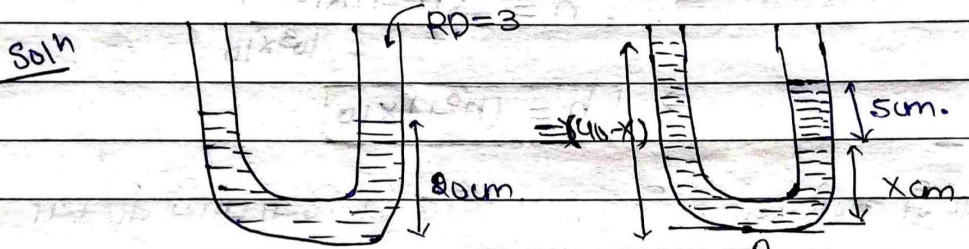
$P_B = P_A$  (संतुलन बिंदु & संतुलन की स्थिति)

$\Rightarrow P_{atm} + \rho_{H_2O} g h = P_{atm} + \rho_{oil} g h$

$\Rightarrow \frac{10^3 \times 10 \times 15}{100} = \rho_{oil} \times 10 \times \frac{10}{100}$

$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \rho_{oil} &= 1.5 \times 10^3 \text{ kg} \\ \text{RD}_{oil} &= 1.5 \end{aligned} \right\} \frac{\rho_{oil}}{\rho_w} = 1.5$

Ex: U आकार की नली में प्रारंभ में जल भरा है। दोनों भुजाओं में जल स्तम्भ की ऊंचाई 30 cm है। यदि इसकी एक भुजा में सापेक्ष घनत्व 3 का अमिश्रित द्रव डाला जाता है, जिसके स्तम्भ की लंबाई 5 cm है तो नली में दोनों भुजाओं के द्रव स्तम्भों की ऊंचाइयों का अंतर ज्ञात कीजिए।



बिंदु A पर  $(P_A)_R = (P_A)_L$

$\Rightarrow P_{atm} + \rho_{liq} (5/100) + \rho_{H_2O} g (x/100) = P_{atm} + \rho_{H_2O} g (40-x/100)$

$\Rightarrow \frac{\rho_{liq} \cdot 5}{100} + \frac{\rho_{H_2O} \cdot x}{100} = \frac{\rho_{H_2O} \cdot (40-x)}{100}$

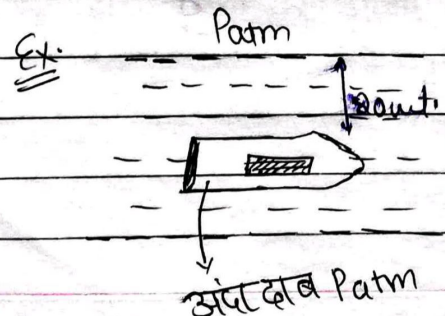
$\Rightarrow (3 \times 10^3) 5 + 10^3 (x) = 10^3 (40-x)$

$\Rightarrow 15 + x = 40 - x$

$\Rightarrow 2x = 25$

$\Rightarrow x = 12.5 \text{ cm}$

द्रव स्तम्भों की ऊंचाई में अंतर =  $(40-x) - (5+x)$   
 $= 40 - x - 5 - x$   
 $= 10 \text{ cm}$



एक पस्तुकी समुद्र सतह से 20 mt गहराई पर गतिशील है तथा इसमें लगी बिड़की की विमा (0.5 x 0.5 mt) है। यदि पस्तुकी के अंदर का दाब वायुमंडलीय दाब के बराबर है तो बिड़की पर कार्यरत जल फोर्स का ज्ञात कीजिए।



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Soln

$$P_{in} = P_{atm}$$

$$P_{out} = P_{atm} + \rho gh$$

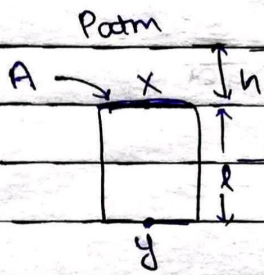
परिणामी बल  $F = \text{क्षेत्रफल} \times \text{दाबान्तर}$

$$= 0.2 \times 10^3 \times 10 \times 20$$

$$= 4 \times 10^4 \text{ N}$$

→ आर्किमिडीज का सिद्धान्त तथा उत्प्लावन बल-

इस सिद्धान्त के अनुसार जब किसी वस्तु की आंशिक रूप से या पूर्ण रूप से द्रव में डुबी है तो द्रव के कारण वस्तु पर सदैव उध्वर्ध्व ऊपर की ओर बल कार्यरत है जो वस्तु द्वारा हटाये गये द्रव के भार के बराबर होता है, इसे उत्प्लावन बल कहते हैं।



क्षेत्रफल में परिणामी बल = 0

x पर बल,  $F_x = \rho x A$  नीचे की ओर  
 $= (P_{atm} + \rho gh) A$   
 y पर बल,  $F_y = \rho y A$   
 $= (P_{atm} + \rho gh + \rho gl) A$  ऊपर की ओर

परिणामी बल  $F_{net} = F_y - F_x$   
 $= \rho g (l \times A)$

$F_B = \rho V \text{ in } \rho$  → हमेशा उध्वर्ध्व ऊपर की ओर  
 Buoyant force

$F_B = mg$  - पत्र द्वारा हटाये गये द्रव का भार

✓ 
$$\text{उत्प्लावन बल} = (\text{द्रव का घनत्व}) \times \left[ \frac{\text{वस्तु का द्रव के अंदर आयतन}}{\text{अंदर आयतन}} \right] \times g$$

✓ उत्प्लावन बल वस्तु के द्रव्यमान, आकृति, घनत्व, आयतन पर निर्भर नहीं करता है। यह केवल इसके द्रव के अंदर उपस्थित आयतन पर निर्भर करता है तथा द्रव के घनत्व व प्रभावी त्वरण  $g$  पर निर्भर करता है।

✓ उत्प्लावन बल सदैव गुरुत्वीय केंद्र पर उध्वर्ध्व ऊपर की ओर कार्यरत होता है।



For more free Study material

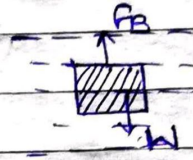
visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

उत्पन्न  
[Flotation] -

माना  $\sigma$  घनत्व तथा  $\rho$  आयतन की वस्तु की  $\rho$  घनत्व के द्रव में डूबी है तो

$$\begin{aligned} \text{वस्तु का भार (W)} &= m g \\ &= (\rho V) g \quad \text{(i)} \end{aligned}$$

$$\text{वस्तु पर उत्पन्न बल} \quad F_b = \rho V g \quad \text{(ii)}$$



Case-I] यदि वस्तु का घनत्व  $>$  द्रव का घनत्व हो तो  
( $\sigma$ )  $>$  ( $\rho$ ) अतः वस्तु द्रव में नीचे की ओर त्वरित होगी

आभासी भार -

Case

उत्पन्न बल के कारण वस्तु का द्रव में भार वास्तविक भार से कम होता है। द्रव में वस्तु का यह भार आभासी भार कहलाता है।

$$\begin{aligned} \text{द्रव में मापा गया भार} &= \text{वास्तविक भार} - \text{उत्पन्न बल} \\ &= \text{हवा में मापा गया भार} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{आभासी}} &= \sigma V g - \rho V g \\ &= \sigma V g \left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

$$W_{\text{आ}} = W_{\text{वा}} \left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right)$$

लॉक 17 आभासी भार की सहायता से संपीक घनत्व की गणना -

$$W_{\text{आ}} = W_{\text{वा}} \left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right)$$

यदि द्रव  $\rightarrow$  पतल है तो

$$\Rightarrow W_{\text{आप}} = W_{\text{हवा}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{पतल}}}{\sigma}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{\text{पतल}}}{\sigma} = 1 - \frac{W_{\text{आप}}}{W_{\text{हवा}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{\sigma} = \frac{W_{\text{हवा}}}{W_{\text{हवा}} - W_{\text{आप}}}$$

$$\Rightarrow \text{R.D.} = \frac{W_{\text{हवा}}}{W_{\text{हवा}} - W_{\text{आप}}} = \frac{W_{\text{वा}}}{F_b}$$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Case II) यदि वस्तु का घनत्व < द्रव का घनत्व है तो  $W < F_B$  इसलिए वस्तु की द्रव में छोड़ने पर ऊपर की ओर गति करेगी तथा संतुलन की स्थिति में द्रव में आंशिक रूप में डूबी रहती है।

$$F_B = V_{in} \rho g$$

$$V = V_{in} + V_{out}$$

संतुलन की स्थिति में

$$F_B = W$$

$$\Rightarrow V_{in} \rho g = (\rho V) g$$

$$\Rightarrow V_{in} = \left(\frac{\rho}{\rho}\right) V$$

$$\checkmark V_{out} = V - V_{in} \\ = V - \left(\frac{\rho}{\rho}\right) V$$

$$\Rightarrow V_{out} = V \left(1 - \frac{\rho}{\rho}\right)$$

यदि द्रव  $\rightarrow$  जल है तो  $V_{in} = \frac{\rho}{\rho_{water}} V$

$$\Rightarrow \frac{V_{in}}{V} = R.D.$$

संतुलन की स्थिति में,

$$F_B = W$$

$$W = V_{in} \rho g$$

$$\text{आंशिक परिवर्तन} = (V_{in}) \rho g$$

Case-III) यदि  $\rho = \rho_{water}$  है तो  $W = F_B$  अतः वस्तु पर द्रव के अंदर परिणामी बल शून्य होगा अतः वस्तु को द्रव में छोड़ने पर ठीक डूबी हुई स्थिति में रहती है।

$$\frac{\rho}{\rho} = 1$$

Ex. एक वस्तु का हवा में भार 400g तथा जल में भार 250g प्राप्त होता है तो वस्तु का सापेक्ष घनत्व होगा?

$$\text{Sol}^n \quad W_{air} = W_{water} \left(1 - \frac{\rho}{\rho}\right) \quad R.D. = \frac{W_{water}}{W_{air} + W_{water}}$$

$$\Rightarrow 250 = 400 \left(1 - \frac{\rho}{\rho}\right)$$

$$\frac{\rho}{\rho} = \frac{400 - 250}{400}$$

$$= \frac{150}{400} = \frac{3}{8}$$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Ex. एक वस्तु जल पर तैरती है। यदि उसके बाह्य भाग का आयतन वस्तु के आयतन का  $\frac{2}{3}$  है तो वस्तु का सापेक्ष घनत्व होगा?

Soln  $R.D. = \frac{V_{in}}{V} = \frac{1/3V}{V}$   
 $= \frac{1}{3}$

Ex. एक वस्तु को जल में डुबाने पर यह जल की सतह पर तैरती है तथा  $\frac{1}{4}$  आयतन जल के बाहर होता है। जब उसे अज्ञात द्रव में डुबाते हैं तो एक तिहाई आयतन बाहर रहता है तो अज्ञात द्रव का सापेक्ष घनत्व होगा?

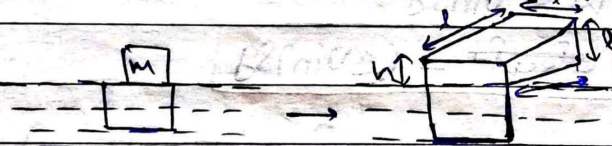
Soln 1st  $V_{in} = \frac{3}{4}V$   
 $\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\rho}{\rho_w}V \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{3}{4} \text{ --- (i)}$

2nd  $V_{in} = \frac{2}{3}V$   
 $\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\rho}{\rho_r}V \text{ --- (ii)}$   $\checkmark$  eq. (i)  $\rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_w} = \frac{8}{9}$   
 $\Rightarrow R.D. = \frac{8}{9}$

घनत्व

Ex. एक वस्तु उ घनत्व के द्रव में ठीक डूबी हुई रहती है जब उस पर एक द्रव्यमान का गुटका रखा जाता है। यदि गुटका हटा लिया जाये तो वस्तु द्रव सतह के बाहर  $\frac{1}{4}$  ऊंचाई तक आती है तो वस्तु की गुंजा संबन्धि ज्ञात कीजिए।

Soln



$$\Delta V_{in} = (l \times b \times h)$$

$$\Delta W = (\Delta V_{in}) \rho g$$

$$\Rightarrow mg = (l \times b \times h) \rho g$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{\frac{m}{\rho h}}$$

Ex. एक नाव की लंबाई 3.6 मी. तथा चौड़ाई 2 मी. है। जब कोई व्यक्ति नाव में बैठता है तो नाव (10cm) पानी में चली जाती है तो व्यक्ति का भार ज्ञात कीं।

Soln व्यक्ति = भार में वृद्धि =  $(\Delta V_{in}) \rho g$  }  $W = V_{in} \rho g$   $\rightarrow$  जल का घनत्व

काभा  $\rightarrow mg = (0.01 \times 3.6 \times 2) \times 10^3 \times 10$

$$\Rightarrow mg = 0.01 \times 3.6 \times 2 \times 10^4 = 7200 \text{ N}$$

$$\Rightarrow m = 72 \text{ kg wt}$$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Q घनाकार वस्तु से जुड़ी रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिए -

Soln

0.2m घुमाका घन &  $\rho = 0.6$

संतुलन की स्थिति में

$$T + mg = F_b$$

$$\Rightarrow T + (8 \times 10^3 \times 0.6 \times (0.2 \times 10^3)) = (8 \times 10^3 \times 10^3 \times 0.2)$$

$$\Rightarrow T + 48 = 80$$

$$\Rightarrow T = 32N$$

$V = 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 8 \times 10^{-3}$

Q. पाठ्यांक 100kg wt

$V = 0.025 m^3$

पाठ्यांक = ?

पाठ्यांक = 125

स्प्रिंगतुला का पाठ्यांक 100kg-wt से बढ़े व जायेगा जबकि आलमशीन का पाठ्यांक  $F_b$  बढ़ से जायेगा।

$$F_b = V \rho g$$

$$= 0.025 \times 10^3 g$$

$$= 25 kg wt$$

स्प्रिंगतुला का पाठ्यांक = 125 kg.wt

आलमशीन का पाठ्यांक = 125 kg.wt

### Fluid dynamics -

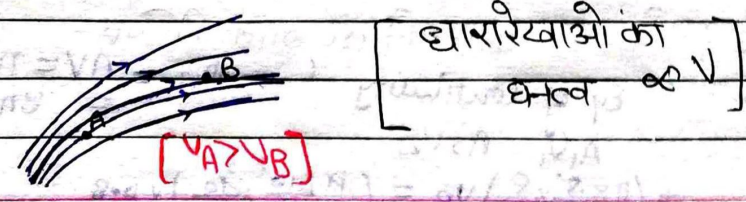
वह पदार्थ जिस पर दाबों आरोपित करने पर प्रवाहित होने लगता है, तब कहलाता है जैसे - द्रव, गैस।

✓ तब से ही उच्च दाब से निम्न दाब की ओर प्रवाहित होता है।

✓ तरल के प्रवाह के प्रकार -

(i) धारारैखीय प्रवाह - Streamline flow

तरल के प्रवाह के दौरान किसी बिंदु से गुजरने वाले कणों का वेग एकसमान तथा एक ही पथ के अनुदिश गति कीं तो धारारैखीय प्रवाह कहलाता है।



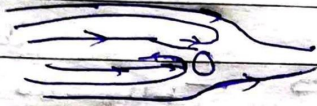


For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

(ii) विशुद्ध प्रवाह -  
turbulent

यदि द्रव / तारक का प्रवाह अनियमित होता है तो यह विशुद्ध प्रवाह कहलाता है।



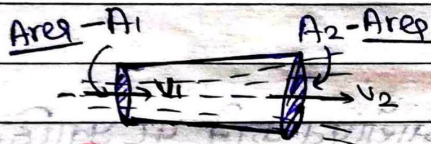
\* आदर्श तारक -

आदर्श तारक में निम्न गुण पाये जाते हैं -

- (i) इसका प्रवाह धाररैखीय होता है।
- (ii) यह असंपीड़्य द्रव होता है अर्थात् द्रव के काणघनत्व में कोई परिवर्तन नहीं होता है।
- (iii) यह अश्यान द्रव होता है अर्थात् द्रव की परतों के मध्य कोई श्यान बल कार्यरत नहीं होता है।
- (iv) यह अघूर्णन गति करता है।

सान्त्वय समीकरण  
Equation of Continuity -

इसके अनुसार किसी पाइप में प्रवेश करने वाले द्रव की मात्रा, बाहर जाने वाले द्रव की मात्रा के समान होती है।



प्रवेश करने वाले द्रव की दर = बाहर जाने वाले द्रव की दर

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_1 = \left(\frac{dm}{dt}\right)_2$$

$\left[\frac{kg}{sec.}\right] \left(\frac{dm}{dt} = \rho AV\right)$

द्रव के प्रवाह की दर  $\Rightarrow \rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$

$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{प्रवाह दर (Q)}$

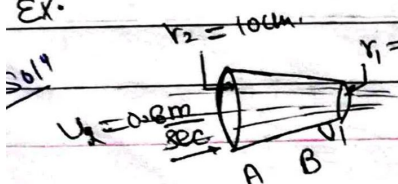
$Q = AV = \text{const.}$

unit -  $\frac{m^3}{sec.}$

→ प्रवाह की दर

यह द्रव्यमान संरक्षण पर आधारित होता है।

Ex. सिरे B पर द्रव के प्रवाह का वेग तथा प्रवाह की दर ज्ञात कीजिए -



Eq. of Continuity

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\Rightarrow \left(\pi \times \frac{5}{100} \times \frac{5}{100}\right) v_1 = \left(\pi \times \frac{10}{100} \times \frac{10}{100}\right) \times 0.8$$

$$\Rightarrow v_B = 3.2 \text{ m/sec.}$$

$$Q_B = AV = \pi \times (10^{-1})^2 \times 0.8$$

$$= 8\pi \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec.}$$

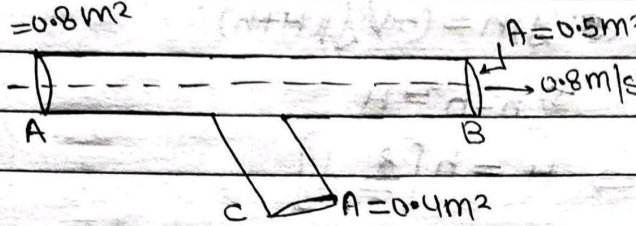


For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Ex. c से प्रवाहित द्रव का वेग तथा प्रवाह की दर ज्ञात करें।

Soln



$A = 0.8 \text{ m}^2$   
 $A = 0.5 \text{ m}^2$   
 $A = 0.4 \text{ m}^2$

$1.5 \text{ m/s}$   
 $0.8 \text{ m/s}$

$A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$   
 $\Rightarrow 0.8 \times 1.5 = 0.5 \times 0.8 + 0.4 \times V_c$   
 $\Rightarrow V_c = 2 \text{ m/s}$

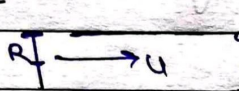
$Q_c = V_c A_c = 0.4 \times 2$   
 $= 0.8 \text{ m}^3/\text{sec}$

Ex. R त्रिज्या के पाइप में द्रव प वेग से प्रवाहित हो रहा है। यदि उसके एक सिरे पर n एक समान छिद्र (क्वार्टर) + प्लग है तो प्रत्येक छिद्र से द्रव किस वेग से आयेगा?

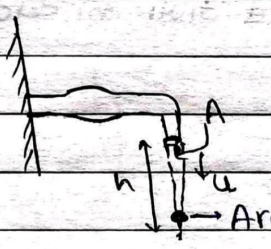
Soln

(त्रिज्या R)

$A_1 V_1 = n (A_2 V_2)$   
 $\Rightarrow (\pi R^2) u = n (\pi r^2) V_2$   
 $\Rightarrow V_2 = \frac{u R^2}{n r^2}$



Ex. नल से n गहराई पर द्रव के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

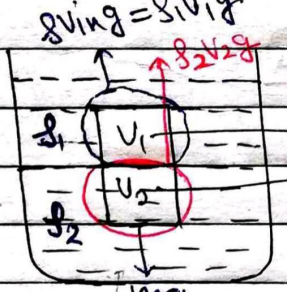


$V^2 = u^2 + 2gh$   
 $\Rightarrow V = \sqrt{u^2 + 2gh}$

$A_1 V_1 = A_2 V_2$   
 $\Rightarrow A u = A_2 (\sqrt{u^2 + 2gh})$   
 $\Rightarrow A_2 = \frac{A u}{(\sqrt{u^2 + 2gh})^{1/2}}$

Ex. चिह्नानुसार एक वस्तु को द्रवों के मध्य संतुलन में है तो उसका द्रव्यमान ज्ञात करें।

Soln



$\rho_1 V_1 g = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g$   
 $mg = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g$   
 $\Rightarrow m = [\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2]$

Ex. घनत्व  $\rho$  V आयतन की स्तर की गेंद को घनत्व के द्रव में मुक्त पृष्ठ पर न गहराई पर छोड़ें। यदि श्यान बल नगण्य मान लिया जाये तो गेंद द्रव के मुक्त पृष्ठ से कितनी ऊंचाई तक जायेगी?

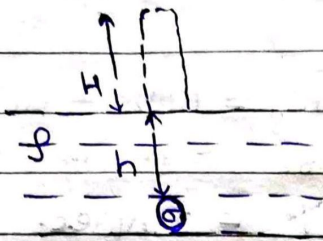
घनत्व  $\rho$  तथा V आयतन की rubber ball



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Soln



$$F_b \times h = mg(H+h)$$

$$\Rightarrow (\rho V g) h = (\rho V g)(H+h)$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{\rho} h - h = H$$

$$\Rightarrow H = h \left[ \frac{\rho}{\rho} - 1 \right]$$

**प्रवाहित द्रव से संबंधित ऊर्जाएं -**

(i) एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा =  $\frac{1}{2} \rho V^2$  }  $\frac{KE}{Volume} = \frac{1}{2} \frac{\rho V^2}{Volume}$

(ii) एकांक आयतन की स्थितिज ऊर्जा =  $\rho g h$  }  $\frac{PE}{Volume} = \frac{\rho g h}{V}$

(iii) एकांक आयतन की दाब ऊर्जा -

यदि द्रव प्रवाहित होता है तो दाब का अर्थ होगा इसलिए द्रव पर प्रवाह के अनुदिश दाब के कारण परिणामी बल कार्यरत होता है जो निरंतर द्रव पर कार्य करता है। यह कार्य दाब ऊर्जा को व्यक्त करता है।

$$dW = F \cdot dx = P \cdot A \cdot dx$$

$$\text{दाब ऊर्जा} = dW = P \cdot dV \rightarrow \text{Volume}$$

$$\boxed{\text{एकांक आयतन की दाब ऊर्जा} = P}$$

तरल के एकांक आयतन की कुल ऊर्जा =  $P + \rho g h + \frac{1}{2} \rho V^2$

ए. को ए. से विभाजित करें पर

$$= \frac{P}{\rho g} + h + \frac{V^2}{2g}$$

दाब शीर्ष      गुरुत्व शीर्ष      वेग शीर्ष

**\* बर्नौली प्रमेय -**

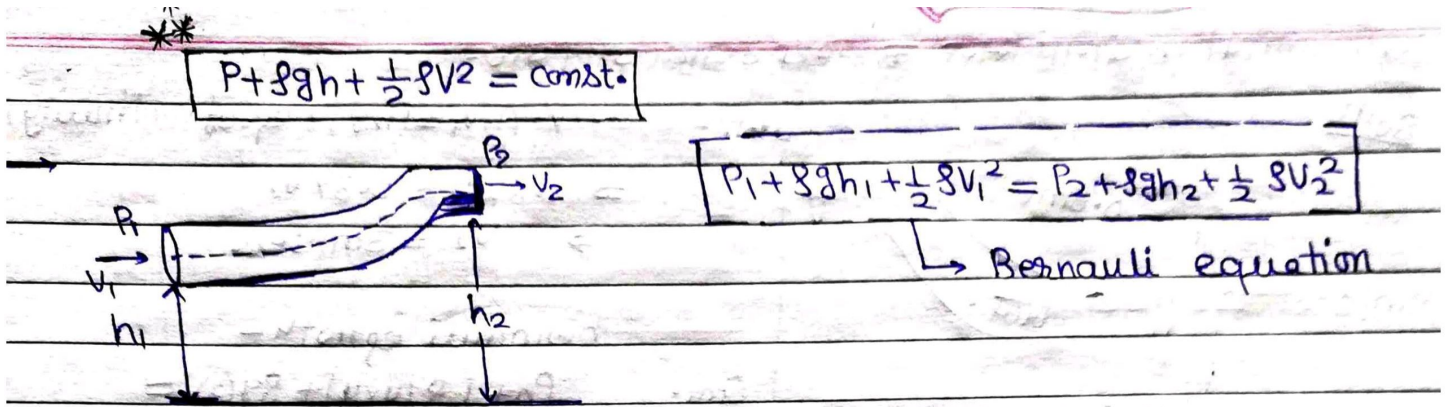
यह ऊर्जा संरक्षण पर आधारित है।

✓ बर्नौली प्रमेय के अनुसार, " अश्यान तथा असंपीड्य द्रव के धारारेखीय प्रवाह के दौरान एकांक आयतन की कुल ऊर्जा सदैव नियत रहती है। "



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)



→ यदि तरफ का प्रवाह एक समान शैतिज तल में होता है तो स्थितिज ऊर्जा नियत रहती है, इसलिए -

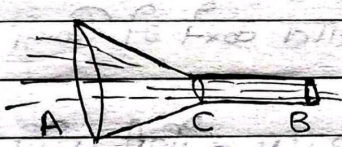
$P + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$

$v \uparrow \Rightarrow P \downarrow$   
 $P \uparrow \Rightarrow v \downarrow$

pressure velocity trade off

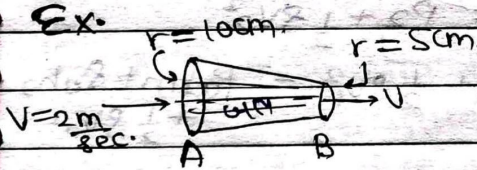
Ex. निम्न आसमान अनुप्रस्थ काट की नली में सिरे A से B की ओर जाने पर वेग तथा दाब में क्या परिवर्तन होगा ?

Soln



✓ A से जाने पर क्षेत्रफल घटेगा अतः वेग बढ़ेगा तथा वेग बढ़ने के कारण दाब (P) ↓  
 ✓ C से B जाने पर दोनों नियत रहेंगे।

Ex.



दोनों सिरे के मध्य दाब का अंतर ज्ञात करें -

by eq. of continuity -

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\Rightarrow \pi \times 10^2 \times 2 = \pi \times 5^2 \times v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = 8 \text{ m/sec.}$$

Soln

by Bernoulli eq. -

$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho (2^2) + P_A = \frac{1}{2} \rho (8^2) + P_B$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (64 - 4)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 60$$

$$= 30 \rho$$

$$= 30 \times 10^3 \text{ Pascal}$$

$$= 0.3 \text{ atm}$$

$\rho A v = \rho v A = \rho v A = \rho$

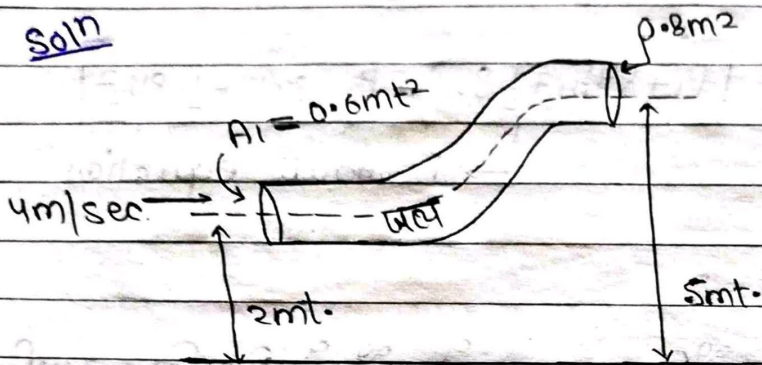


For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Ex. नली के दोनों सिरों के मध्य दाबों का ज्ञात कीजिए -

Soln



$$\checkmark A_1 V_1 = A_2 V_2 \text{ (eq. of continuity)}$$

$$\Rightarrow 0.6 \times 4 = 0.8 \times V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 3 \text{ m/sec.}$$

bernoulli equatn -

$$P_A + \frac{1}{2} \rho (4 \times 4) + \rho g (2) =$$

$$P_B + \frac{1}{2} \rho (3 \times 3) + \rho g (5)$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = 8\rho + 2\rho g - 4.5\rho - 5\rho g$$

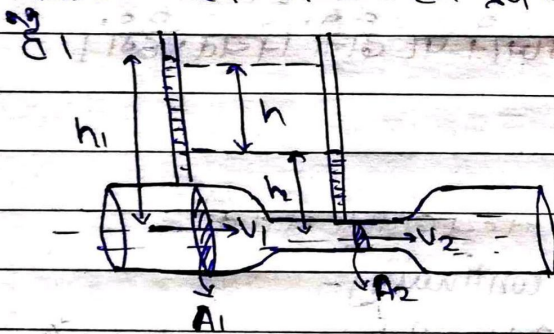
$$\Rightarrow P_B - P_A = 3.5\rho - 3\rho g$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 3 \times 10^3 \times 10 - 3.5 \times 10^3$$

$$= 26.5 \times 10^3 \text{ Pascal}$$

**Venturimeter -**

यह बर्नौली प्रमेय पर आधारित है तथा इसका उपयोग किसी पाइप में प्रवाहित द्रव के प्रवाह की दर ज्ञात करने में किया जाता है।



बिंदु (1) व (2) पर बर्नौली प्रमेय

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$\Rightarrow P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$\Rightarrow \boxed{V_2^2 = V_1^2 + 2gh}$$

h → Venturimeter में उच्चानलियों में द्रव स्तम्भों की ऊंचाइयों का अंतर।

$$V_2^2 - V_1^2 = 2gh \quad \left\{ \begin{array}{l} Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = \text{प्रवाह दर} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left( \frac{Q}{A_2} \right)^2 - \left( \frac{Q}{A_1} \right)^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow Q^2 \left( \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2 A_2^2} \right) = 2gh$$

$$\Rightarrow Q = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2gh}{A_1^2 - A_2^2}}$$

प्रवाह दर ↓

\*\*

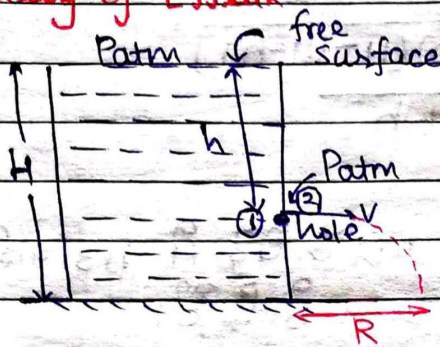
$$\boxed{Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2gh}{A_1^2 - A_2^2}}}$$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

### Velocity of Efflux -



छिद्र के ठीक अंदर व बाहर बर्नौली प्रमेय से

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

पैगभाग स्थित है (जब hole ब्रूम होगा)

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow P_{atm} + \rho gh + 0 = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$\Rightarrow \rho gh = \frac{1}{2} \rho v^2$$

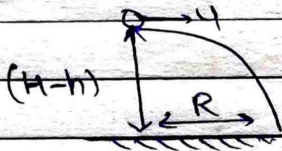
$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

द्रव के मुक्त पृष्ठ से hole की गहराई बढ़ित्ताव वेग

अतः यदि द्रव के मुक्त पृष्ठ से  $h$  गहराई पर पात्र में ब्रूम छिद्र स्थित है तो इससे द्रव वेग  $v = \sqrt{2gh}$  से बाहर आता है, इसे बहिस्तार वेग कहते हैं।

क्षैतिज परास-

धरातल पर रकारने से पूर्व द्रव द्वारा क्षैतिज में तय दूरी, क्षैतिज परास कहलाती है।



$$R = v \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = (\sqrt{2gh}) \left( \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} \right)$$

$$R = 2 \sqrt{h(H-h)}$$

✓  $R$  के max. मान के लिए

$$z = h(H-h)$$

$$\frac{dz}{dh} = H - 2h \rightarrow \text{zero}$$

$$\Rightarrow H - 2h = 0$$

$$\Rightarrow H - 2h = 0$$

$$\Rightarrow h = H/2$$

अतः  $h = H/2$  पर  $R$  अधिकतम होगी

$$R_{\text{max}} = 2 \sqrt{(H/2)(H-H/2)} = H$$

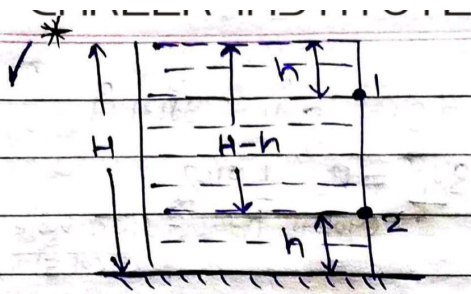
$$R_{\text{max}} = H$$

अतः छिद्र द्रव स्तम्भ की ऊंचाई की ठीक आधी ऊंचाई पर स्थित है तो क्षैतिज परास अधिकतम प्राप्त होती है तथा max. द्रव स्तम्भ की ऊंचाई के समान होती है।



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)



$$R_1 = 2 \sqrt{h(H-h)}$$

$$R_2 = 2 \sqrt{(H-h)[H-(H-h)]}$$

$$= 2 \sqrt{(H-h)h}$$

$$\therefore R_1 = R_2$$

अतः द्रव के मुक्त पृष्ठ से  $h$  गहराई तथा पात्र के पैदे से  $h$  ऊँचाई पर स्थित छिद्रों के लिए संचित पराप्त समान प्राप्त होती है।

पात्र की खाली होने में लगा समय-

यदि पात्र का क्षेत्रफल  $A$  & छिद्र का क्षेत्रफल  $A_0$  है तो पात्र में द्रव स्तर की  $H$  से  $H'$  तक गिरने में अर्थात् द्रव की खाली होने में लगा समय-

$$t = \frac{A}{A_0} \left( \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{2H'}{g}} \right) \quad **$$

✓ पूर्ण खाली होने में लगा समय

$$(H' = 0)$$

$$t = \frac{A}{A_0} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

✓  $H$  से  $H_2$  खाली होने में लगा समय  $t$  है तो  $H_2$  से पूर्ण खाली होने में लगा समय  $t' = ?$

$$t = \frac{A}{A_0} \left( \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{2H_2}{g}} \right) = \frac{A}{A_0} \sqrt{\frac{H}{g}} (\sqrt{2} - 1) \quad (i)$$

$$t' = \frac{A}{A_0} \left( \sqrt{\frac{2H_2}{g}} - 0 \right)$$

$$t' = \frac{A}{A_0} \sqrt{\frac{H_2}{g}}$$

$$\Rightarrow t = t' (\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow t' = \frac{t}{(\sqrt{2} - 1)}$$

$$\Rightarrow t' = \frac{t}{(\sqrt{2} - 1)} \times \frac{(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} + 1)}$$

$$\Rightarrow t' = t(\sqrt{2} + 1)$$



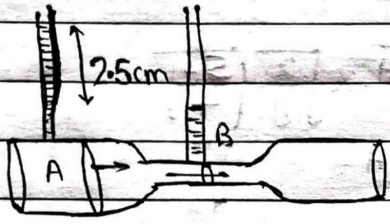
For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

\* \* → पात्र की आधा खापी होने में लगा समय  $t$  ही ती शेष पात्र की खापी होने में लगा समय  $2.4t$  होगा।

Ex. यदि बिंदु A पर द्रव के प्रवाह का वेग  $2 \text{ m/s}$  है तो बिंदु B पर वेग ज्ञात कीजिए।

Soln



$$V_B^2 = V_A^2 + 2gh$$

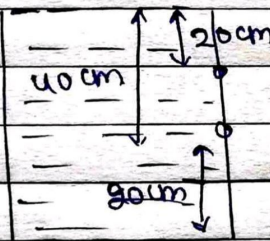
$$V_B^2 = (2 \times 2) + (2 \times 10 \times \frac{25}{100})$$

$$\Rightarrow V_B^2 = 9$$

$$\Rightarrow V_B = 3 \text{ m/sec.}$$

Q. यदि पात्र में भरी मुक्त पृष्ठ से  $20 \text{ cm}$  &  $40 \text{ cm}$  गहराई पर स्थित छिद्रों हेतु क्षैतिज परास समान प्राप्त होती है तो पात्र में भरी द्रव स्तम्भ की ऊंचाई होगी?

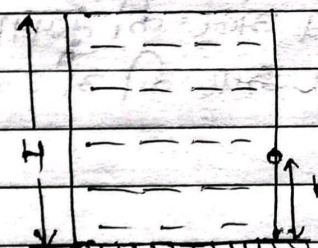
Soln



$\therefore H = 60 \text{ cm.}$

Q. बहिःस्राव वेग व क्षैतिज परास ज्ञात करें तथा छिद्र से धरातल पर द्रव कितने समय में टकरायेगा?

Soln




(i)  $V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g(2H/3)}$   
 $= \sqrt{4gH/3}$

(ii)  $R = \frac{V}{g} \sqrt{2(H-h)h} = \frac{g}{g} \sqrt{\frac{2H}{3} \times \frac{H}{3}}$   
 $= \frac{2\sqrt{2}H}{3}$

(iii)  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2H}{3g}}$

Q. द्रव के बहिःस्राव के कारण पात्र पर बल ज्ञात करें।

Soln



$$F_H = \frac{V dm}{dt} = V(8AV)$$

$$= 8A(\sqrt{2gH})^2$$

$$= 28A^2gH$$



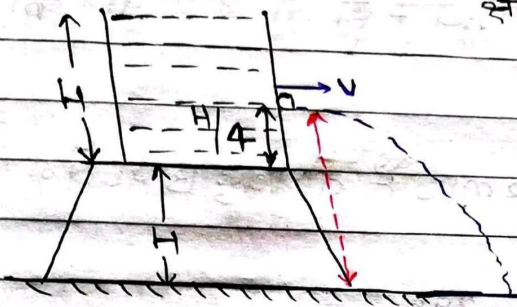
For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

गतिज परास का मान ज्ञात करें।

Q.

Soln



$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g(3H/4)}$$

$$= \sqrt{\frac{3gH}{2}}$$

$$R = v \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

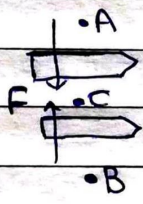
$$= \sqrt{\frac{3gH}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{g} \left(\frac{5H}{4}\right)}$$

$$= \frac{15H}{2}$$

20/01/14

बर्नोली प्रमेय के उपयोग-

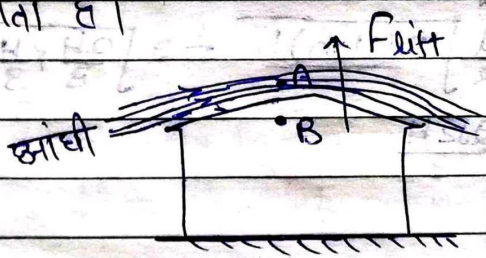
(i) समान्त तथा मजदीक एक ही दिशा में गतिशील बसों या नावों के मध्य भाग में हवा का वेग बाह्य की तुलना में अधिक होने के कारण मध्य भाग का दाब, बाह्य की तुलना में कम होता है इसलिए उन पर एक-दूसरे की ओर बल लगता है।



$$v_C > v_A \text{ \& } v_C > v_B$$

$$P_C < P_A \text{ \& } P_C < P_B$$

(ii) आंधी-तूफान में मकान की छत पर हवा का वेग अंदर की तुलना में अधिक होता है। इसलिए छत के ऊपर का दाब अंदर की तुलना में बहुत कम होता है। इस दाबान्तर के कारण छत पर ऊपर की ओर बल लगता है।



$$v_A \gg v_B$$

$$P_A \ll P_B$$

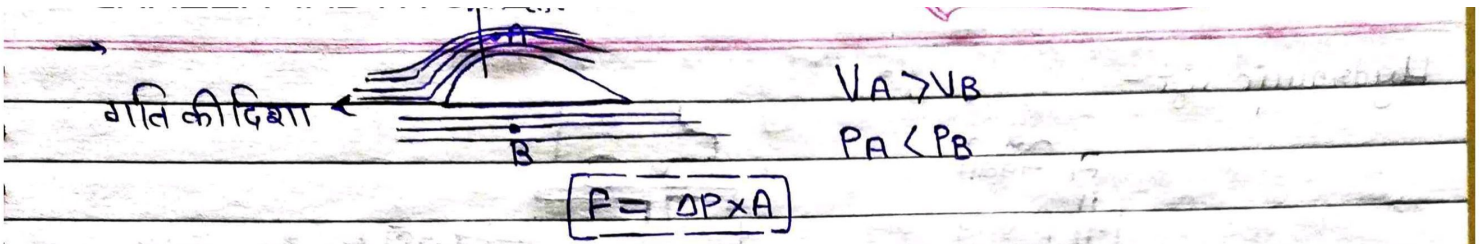
$$\text{बल} = (\text{दाबान्तर}) \times \text{क्षेत्रफल}$$

(iii) वायुचलन के पंख की आकृति इस प्रकार होती है कि उसके ऊपर से गुजरने वाली हवा का वेग नीचे से गुजरने वाली हवा की तुलना में अधिक होता है। अतः ऊपर वाले भाग में दाब नीचे वाले की तुलना में कम होता है। इस दाबान्तर के कारण पंख पर ऊपर की ओर बल लगता है।

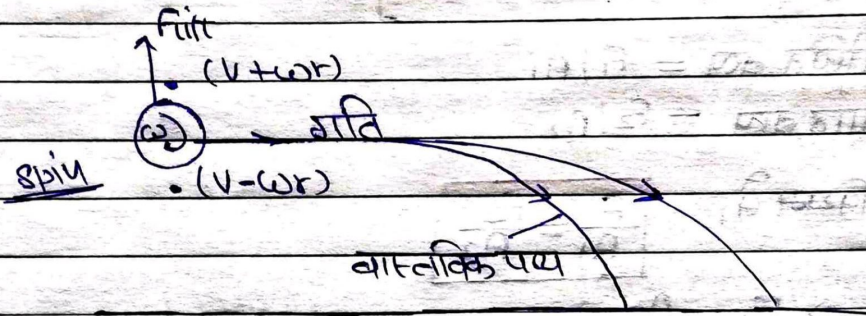


For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)



(civ) Magnus effect- जब किसी गेंद को घूर्णित (Spin) करते हुए फेंकते हैं तो वह अपनी वास्तविक पथ से विचलित हो जाती है। इस घटना को मग्नस प्रभाव कहते हैं।

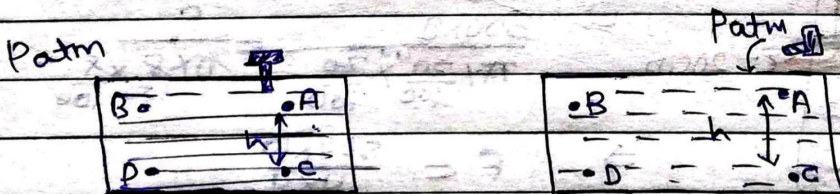


(CV) कणित बनीली प्रमेय पर आधारित है। (Sprayer)

**पास्कल का नियम -**

इस नियम के अनुसार, किसी बंद पात्र में स्थित द्रव के किसी बिंदु का दाब परिवर्तित करने पर द्रव के सभी बिंदुओं का दाब समान रूप से परिवर्तित होता है अर्थात् एक बिंदु पर दाब परिवर्तित करने पर वह परिवर्तन प्रत्येक बिंदु पर 100% स्थानान्तरित होता है।

इसका उपयोग में किया जाता है। Hydraulic lift, hydraulic Jack, hydraulic press



$P_A =$  बिंदु A पर दाब

$P'_A = P_A + P_{atm}$

$P_B = P_A$

$P'_B = P_B + P_{atm}$

$P_C = P_A + \rho gh$

$P'_C = P_C + P_{atm}$

$P_D = P_A + \rho gh$

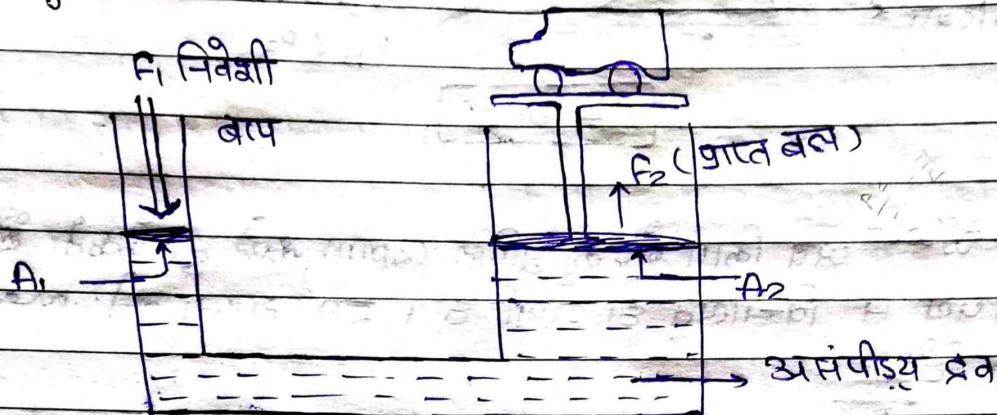
$P'_D = P_D + P_{atm}$



For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Hydraulic lift -



Left side, आरोपित बल =  $F_1/A_1$

Right side, उत्त बल =  $F_2/A_2$

पास्कल के नियम से,

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

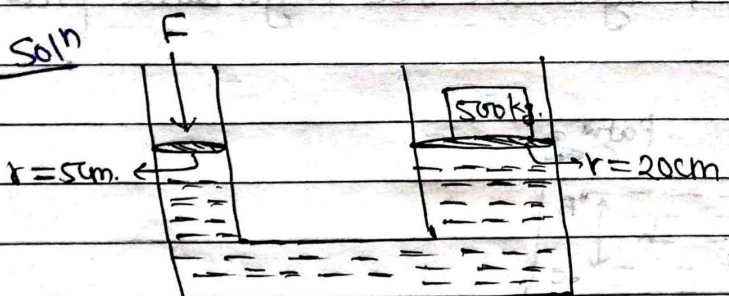
यदि  $A_2 \gg A_1$  होती है तो  $F_2 \gg F_1$

$$\text{यांत्रिक लाभ} = \frac{\text{उत्त बल}}{\text{आरोपित बल}} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\text{यांत्रिक लाभ} = \frac{A_2}{A_1}$$

Q. बल  $F$  का वह मान ज्ञात करें ताकि 500 kg की वस्तु संतुलन में रहे इस निकाय का यांत्रिक लाभ भी ज्ञात करें।

Soln



$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$\Rightarrow \frac{500 \times 9.8}{\pi \times \frac{20^2}{100} \times \frac{20}{100}} = \frac{F}{\pi \times 5^2 \times \frac{5}{100}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{500 \times 10}{4 \times 4}$$

$$= 312.5 \text{ N} = 31.25 \text{ kg-wt.}$$

$$\text{यांत्रिक लाभ} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi \times 20 \times 20}{\pi \times 5 \times 5}$$

$$= 16$$

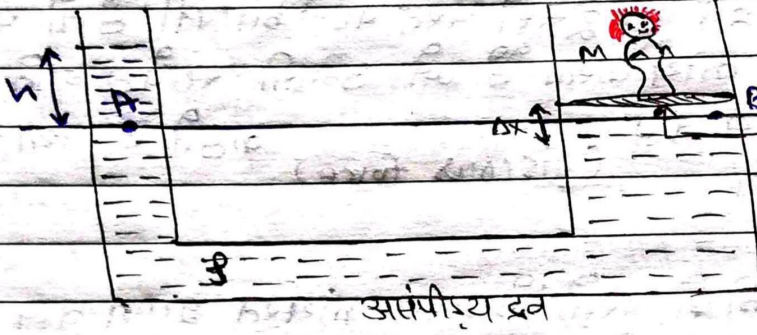


For more free Study material

visit : [www.sbgstudy.com](http://www.sbgstudy.com)

Ex. निम्न निकाय में दीनी गुब्बों में द्रव स्तम्भों की ऊंचाइयों का अंतर ज्ञात कीजिए।

सोल



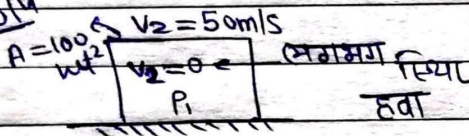
$P_A = P_B$   
 $\Rightarrow P_{atm} + \rho g h = P_{atm} + \frac{mg}{A}$

द्रवमानहीन प्लेटन व  $A_{नक्} = A$

$\Rightarrow h = \frac{Mg}{\rho A}$

Q. एक छत का क्षेत्रफल  $100m^2$  है। यदि छत के ऊपर से गुजरने वाली हवा का वेग  $50m/s$  है तो छत पर कार्यरत परिणामी बल ज्ञात कीजिए।

सोल



$F = (\text{दाबांतर}) \times \text{क्षेत्रफल}$

Bernoulli eq. से

$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$   
 $\Rightarrow P_1 - P_2 = \left(\frac{1}{2} \times 1.3 \times 50 \times 50\right)$

$F = \Delta P \times A = \left(\frac{1}{2} \times 1.3 \times 50 \times 50\right) \times 100$   
 $= 162.5 \times 10^3 \text{ N}$

Q. एक aeroplane के पंज की लंबाई  $5m$  तथा चौड़ाई  $2m$  है। यदि पंज के ऊपर से गुजरने वाली हवा का वेग  $120m/s$  व नीचे से जाने वाली हवा का वेग  $100m/s$  है तो प्लाने पर लगने वाला बल ज्ञात करें।

सोल

एक पंज के लिए  
 $P_2, 120m/s$   
 $P_1, 100m/s$   
 $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$   
 $\Rightarrow (P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1.3 \times (14400 - 10000)$   
 $= \frac{1}{2} \times 1.3 \times 4400$

एक पंज पर बल =  $\Delta P \times A = \left(\frac{1}{2} \times 1.3 \times 4400\right) \times (5 \times 2)$

aeroplane पर बल =  $2 \times \Delta P \times A$   
 $= \left[2 \times \frac{1}{2} \times 1.3 \times 4400 \times 5 \times 2\right] \text{ N}$